ISSN 0033-8486

PAINDEXHNKA XXI BEK

Radioengineering

12 2015

В номере:

РАДИОСИСТЕМЫ

Выпуск 197

Информационный конфликт в спектре электромагнитных волн, № 31

Выпуск 197

Статистический синтез радиосистем, № 20



тел./факс: (495) 625-9241 e-mail: info@radiotec.ru http://www.radiotec.ru

ПОДПИСНОЙ ИНДЕКС 70775 В КАТАЛОГЕ АГЕНТСТВА «РОСПЕЧАТЬ»: ГАЗЕТЫ И ЖУРНАЛЫ

RADIOSYSTEMS: STATISTICAL SYNTHESIS OF RADIOSYSTEMS (Journal in Journal. Editor-in-Chiev – Dr. Sci. (Eng) A. I. Perov)

Methods of synthesis and algorithms of optimal signal processing in satellite navigation GNSS signal reception characteristics in non-gaussian jammers environment Efimenko V.S., Kharisov V.N., Voronchikhin D.N.			
 Analysis of signal processing algorithms in satellite navigation Generalized geometrical factor in radionavigation systems with pseudosatellites Perov A.I., Ustinov A.Yu. Digital simulator of GPS signals Kharisov V.N., Gavrilov A.I., Golovin P.M., Medvedev P.V., Pavlov V.S. Comparative analysis of algorithms for tracking pilot component of the L1OC GLONASS signal Perov A.I., Zakharova E.V. Experimental study of search characteristics of navigation radio signals with BOC-modulation Boldenkov E.N., Lipa I.V., Dneprov D.V. Analysis of angular discriminator in one-stage GNSS-based attitude determination Dneprov V.V., Korogodin I.V. Efficiency analysis of joint tracking algorithms for the pilot component of L1OC GLONASS signal 	110 115 122 128 138		
		146	
		MATHEMATICAL METHODS IN RADIO ENGINEERING Linear blur Bogoslovsky A.V., Bogoslovsky E.A., Zhigulina I.V., Vasilyev V.V., Ponomarev A.V.	153
		OPTOELECTRONICS AND ACOUSTOELECTRONICS	
		Analysis of quality factor of collinear anisotropic diffraction of light on the elastic waves in LiNbO ₃ -crystals Golubeva A.A., Ushakov N.M.	161

INFORMATION TECHNOLOGIES, RADIO ENGINEERING CIRCUITS AND CIRCUIT-ELEMENT BASE

Detection and localization of text shapes in images Korennoi A.V., Yudakov D.S.

168

Radiotekhnika" (Radioengineering) is the leading scientific and technical journal in Russia. It covers wide spectrum of problems in priority areas of the development in communication, radar, navigation, and radioelectronics. Established in 1937.

Внимание!

Журнал «Радиотехника», начиная с № 10'2014, имеет полную английскую версию статей, с которой вы сможете ознакомиться (с июля 2015) на наших сайтах:

http://www.radiotec.ru http://www.radiotekhnika.com

или заказать в редакции

Необходимую информацию Вы найдете на нашем сайте http://www.radiotec.ru

Свидетельство о регистрации ПИ № ФС77-25036 от 12 июля 2006 г.

Сдано в набор 15.10.2015. Подписано в печать 26.11.2015. Формат 60×88 1/8. Бумага офсетная. Гарнитура «Times New Roman».

Печ.л. 21,75. Тираж 600 экз. Изд. № 10.

ЗАО «Издательство «Радиотехника»: 107031, Москва, К-31, Кузнецкий мост, д. 20/6. Тел./факс: (7-495)625-92-41, (7-495)625-78-72. Е-mail: info@radiotec.ru

Дизайн и допечатная подготовка ООО «САЙНС-ПРЕСС».

Отпечатано в ФГУП Издательство «Известия» УД ПРФ. 127254, ул. Добролюбова, д. 6.

Контактные телефоны: 650-38-80. Заказ № 6.

ISSN 0033-8486

© ЗАО «Издательство «Радиотехника», 2015 г.

Незаконное тиражирование и перевод статей, включенных в журнал, в электронном и любом другом виде запрещено и карается административной и уголовной ответственностью по закону РФ «Об авторском праве и смежных правах»

Анализ алгоритмов обработки сигналов в спутниковой навигации

УДК 621.396

Обобщенный геометрический фактор в радионавигационных системах с использованием псевдоспутников

© Авторы, 2015

© ЗАО «Издательство «Радиотехника», 2015

А.И. Перов – д.т.н., профессор, зав. кафедрой радиотехнических систем, «Национальный исследовательский университет «МЭИ» E-mail: alexp@aha.ru

А.Ю. Устинов – аспирант, кафедра радиотехнических систем, «Национальный исследовательский университет «МЭИ» E-mail: 4tik@mail.ru

Приведены выражения, связывающие корреляционную матрицу ошибок оценки координат и корреляционную матрицу ошибок оценки псевдодальностей в радионавигационной системе, использующей псевдоспутники и совместно навигационные спутники и псевдоспутники. Введено понятие обобщенного геометрического фактора в радионавигационных системах с использованием псевдоспутников. Приведены результаты анализа обобщенного геометрического фактора и сформулированы рекомендации по целесообразной геометрии размещения псевдоспутников и мощностям излучения.

Ключевые слова: спутниковые радионавигационные системы, псевдоспутники, аппаратура потребителей, обобщенный геометрический фактор, точность.

Expressions, which link correlation matrix of estimation errors coordinate and correlation matrix of pseudo range in radio navigation systems using pseudosatellites and navigation satellites together with pseudosatellites are given. Concept of generalized geometrical factor in radio navigation systems with pseudosatellites is introduced. Results of analysis of generalized geometrical factor are given and recommendations on appropriate geometry placement of pseudosatellites and on their radiation power is formed.

Keywords: space radio navigation systems, pseudosatellites, user apparatus, generalized geometrical factor, accuracy.

Спутниковые радионавигационные системы (СРНС) широко используются в различных областях народного хозяйства, и область их применения постоянно расширяется. Одним из направлений развития СРНС является использование локальных функциональных дополнений (ЛФД) на базе псевдоспутников (ПС), под которыми понимают наземные (или воздушные) устройства, излучающие радиосигналы, аналогичные радиосигналам навигационных космических аппаратов (НКА), по которым также можно проводить навигационные определения, в том числе и в ситуациях, когда радиосигналы НКА недоступны или их недостаточно. Примеры таких систем описаны в [1, 2].

Цель работы – повышение точности навигационных определений за счет использования ЛФД, в том числе и при недоступности радиосигналов НКА.

Постановка задачи

Рассмотрим размещение ПС на Земле, в том числе на зданиях или вышках, расположенных на Земле.

Положим, что навигационная аппаратура потребителя (НАП) строится по классическому принципу двухэтапной обработки [3], при котором на первом этапе проводится оценка радионавигационных параметров принимаемых радиосигналов (задержки огибающей, доплеровского смещения частоты), а на втором этапе из сформированных оценок радионавигационных параметров вычисляются координаты и составляющие вектора скорости потребителя.

Пусть на этапе первичной обработки проведена оценка псевдодальностей до всех видимых ПС. Рассматривая данные оценки в качестве новых измерений, запишем

$$y_{\vec{R}_{i},k} = R_{i}(x_{k}, y_{k}, z_{k}) + \mathcal{I}' + n_{\vec{R}_{i},k}, \qquad (1)$$

где $R_i(x_k, y_k, z_k)$ – истинная дальность до *i*-го ПС; $\mathcal{I}' = ct', t'$ – смещение часов опорного генератора приемника потребителя относительно шкалы времени системы; $\{x_k, y_k, z_k\}$ – координаты потребителя, например, в геоцентрической вращающейся системе координат (ПЗ-90 или WGS-84). Рассмотрим задачу оценки координат потребителя $\{x_k, y_k, z_k\}$ и смещения часов t'_k по вторичным наблюдениям (1), $i = \overline{1, N}$. Полагаем, что погрешности $n_{R_i,k}$ распределены по гауссовскому закону с нулевыми математическими ожиданиями.

Общие выражения для матрицы дисперсий ошибок оценки координат

Используем стандартный подход, описанный, например, в [3]. Введем вектор состояния $\mathbf{x} = |x, y, z, \mathcal{I}|^{\mathsf{T}}$, вектор вторичных наблюдений $\mathbf{y}_{\bar{R},k} = \left| y_{\bar{R}_{1},k} \ y_{\bar{R}_{2},k} \ \dots \ y_{\bar{R}_{N},k} \right|^{\mathsf{T}}$ и вектор погрешностей $\mathbf{n}_{\bar{R},k} = \left| n_{\bar{R}_{1},k} \ n_{\bar{R}_{2},k} \ \dots \ n_{\bar{R}_{N},k} \right|^{\mathsf{T}}$. Линеаризуем вторичные наблюдения $\mathbf{y}_{R,k}$ (1) относительно некоторой априорной оценки $\mathbf{x}_{k} = \left| \tilde{x}_{k} \ \tilde{y}_{k} \ \tilde{z}_{k} \ \tilde{\mathcal{I}}_{k}' \right|^{\mathsf{T}}$:

$$\mathbf{y}_{\bar{R},k} = \mathbf{h}(\tilde{\mathbf{x}}_k) + \tilde{\mathbf{H}}(\tilde{\mathbf{x}}_k)(\mathbf{x}_k - \tilde{\mathbf{x}}_k) + \mathbf{n}_{\bar{R},k},$$
(2)

где $h_i(\tilde{\mathbf{x}}_k) = R_{i,k}(\tilde{\mathbf{x}}_k) + \tilde{\mathbf{A}}'_k$; $\tilde{\mathbf{H}}(\tilde{\mathbf{x}}_k) = \frac{C\mathbf{h}(\mathbf{x}_k)}{\mathbf{x}_k} \Big|_{\mathbf{x}_k = \tilde{\mathbf{x}}_k}$

Введем векторы ошибок $\Delta \mathbf{y}_{\breve{R},k} = \mathbf{y}_{\breve{R},k} - \mathbf{h}(\tilde{\mathbf{x}}_k), \Delta \mathbf{x}_k = \mathbf{x}_k - \tilde{\mathbf{x}}_k$ и представим выражение (2) в виде

$$\Delta \mathbf{y}_{\bar{R},k} = \tilde{\mathbf{H}} \Delta \mathbf{x}_k + \mathbf{n}_{\bar{R},k} \,. \tag{3}$$

Ставим задачу нахождения такой оценки $\Delta \hat{\mathbf{x}}_k$, которая минимизирует квадратичную форму:

$$\varepsilon^{2} = \left(\Delta \mathbf{y}_{\tilde{R},k} - \tilde{\mathbf{H}} \Delta \mathbf{x}_{k}\right)^{\mathrm{T}} \left(\Delta \mathbf{y}_{\tilde{R},k} - \tilde{\mathbf{H}} \Delta \mathbf{x}_{k}\right).$$

Решение задачи ищем путем прямого дифференцирования ε^2 по $\Delta \mathbf{x}_k$ и приравнивания нулю полученной производной:

$$\frac{\partial \varepsilon^2}{\partial \Delta \mathbf{x}_k} = -2\tilde{\mathbf{H}}^{\mathrm{T}} \left(\Delta \mathbf{y}_{\bar{R},k} - \tilde{\mathbf{H}} \Delta \mathbf{x}_k \right) \Big|_{\Delta \mathbf{x}_k = \Delta \hat{\mathbf{x}}_k} = 0$$

Полагая, что матрица $(\tilde{\mathbf{H}}^{\mathsf{T}}\tilde{\mathbf{H}})$ невырожденная, находим решение данного уравнения:

$$\Delta \hat{\mathbf{x}}_{k} = \left(\tilde{\mathbf{H}}^{\mathrm{T}} \tilde{\mathbf{H}}\right)^{-1} \tilde{\mathbf{H}}^{\mathrm{T}} \Delta \mathbf{y}_{R,k} , \qquad (4)$$

где $\Delta \hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_k - \tilde{\mathbf{x}}_k$, а $\hat{\mathbf{x}}_k$ – искомая оценка вектора состояния.

Рассчитаем корреляционную матрицу ошибок $\Delta \mathbf{x}$:

$$\mathbf{R}_{\text{out},\mathbf{x}} = M \left[\left(\Delta \mathbf{x} - M \left[\Delta \mathbf{x} \right] \right) \left(\Delta \mathbf{x} - M \left[\Delta \mathbf{x} \right] \right)^{\mathrm{T}} \right] = \tilde{\mathbf{H}}^{-1} \mathbf{R}_{\text{out},\breve{\mathbf{H}}} \tilde{\mathbf{H}}^{-\mathrm{T}} = \left(\tilde{\mathbf{H}}^{\mathrm{T}} \mathbf{R}_{\text{out},\breve{\mathbf{H}}}^{-1} \tilde{\mathbf{H}} \right)^{-1},$$

$$\begin{bmatrix} \left(\Delta \mathbf{x} - M \left[\Delta \mathbf{x} \right] \right) \left(\Delta \mathbf{x} - M \left[\Delta \mathbf{x} \right] \right)^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} = \tilde{\mathbf{H}}^{-1} \mathbf{R}_{\text{out},\breve{\mathbf{H}}} \tilde{\mathbf{H}}^{-\mathrm{T}} = \left(\tilde{\mathbf{H}}^{\mathrm{T}} \mathbf{R}_{\text{out},\breve{\mathbf{H}}}^{-1} \tilde{\mathbf{H}} \right)^{-1},$$

$$\begin{bmatrix} \left(\Delta \mathbf{x} - M \left[\Delta \mathbf{x} \right] \right) \left(\Delta \mathbf{x} - M \left[\Delta \mathbf{x} \right] \right)^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} = \tilde{\mathbf{H}}^{-1} \mathbf{R}_{\text{out},\breve{\mathbf{H}}} \tilde{\mathbf{H}}^{-\mathrm{T}} = \left(\tilde{\mathbf{H}}^{\mathrm{T}} \mathbf{R}_{\text{out},\breve{\mathbf{H}}}^{-1} \tilde{\mathbf{H}} \right)^{-1},$$

$$\begin{bmatrix} \left(\Delta \mathbf{x} - M \left[\Delta \mathbf{x} \right] \right) \left(\Delta \mathbf{x} - M \left[\Delta \mathbf{x} \right] \right)^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} = \tilde{\mathbf{H}}^{-1} \mathbf{R}_{\text{out},\breve{\mathbf{H}}} \tilde{\mathbf{H}}^{-\mathrm{T}} = \left(\tilde{\mathbf{H}}^{\mathrm{T}} \mathbf{R}_{\text{out},\breve{\mathbf{H}}}^{-1} \tilde{\mathbf{H}} \right)^{-1},$$

$$\begin{bmatrix} \left(\Delta \mathbf{x} - M \left[\Delta \mathbf{x} \right] \right) \left(\Delta \mathbf{x} - M \left[\Delta \mathbf{x} \right] \right)^{\mathrm{T}} \right] = \tilde{\mathbf{H}}^{-1} \mathbf{R}_{\text{out},\breve{\mathbf{H}}} \tilde{\mathbf{H}}^{-1} = \left(\tilde{\mathbf{H}}^{\mathrm{T}} \mathbf{R}_{\text{out},\breve{\mathbf{H}}}^{-1} \tilde{\mathbf{H}} \right)^{-1},$$

$$\begin{bmatrix} \left(\Delta \mathbf{x} - M \left[\Delta \mathbf{x} \right] \right) \left(\Delta \mathbf{x} - M \left[\Delta \mathbf{x} \right] \right)^{\mathrm{T}} \right] = \tilde{\mathbf{H}}^{-1} \mathbf{R}_{\text{out},\breve{\mathbf{H}}} \tilde{\mathbf{H}}^{-1} = \left(\tilde{\mathbf{H}}^{\mathrm{T}} \mathbf{R}_{\text{out},\breve{\mathbf{H}}}^{-1} \tilde{\mathbf{H}} \right)^{-1},$$

$$\begin{bmatrix} \left(\Delta \mathbf{x} - M \left[\Delta \mathbf{x} \right] \right) \left(\Delta \mathbf{x} - M \left[\Delta \mathbf{x} \right] \right)^{\mathrm{T}} \tilde{\mathbf{H}} \right)^{\mathrm{T}} \tilde{\mathbf{H}}^{-1} = \left(\tilde{\mathbf{H}}^{\mathrm{T}} \mathbf{R}_{\text{out},\breve{\mathbf{H}}}^{-1} \tilde{\mathbf{H}} \right)^{-1},$$

$$\begin{bmatrix} \left(\Delta \mathbf{x} - M \left[\Delta \mathbf{x} \right] \right) \left(\Delta \mathbf{x} - M \left[\Delta \mathbf{x} \right] \right) \left(\Delta \mathbf{x} - M \left[\Delta \mathbf{x} \right] \right)^{\mathrm{T}} \tilde{\mathbf{H}} \right)^{\mathrm{T}} \tilde{\mathbf{H}} \right)^{\mathrm{T}} = \left(\tilde{\mathbf{H}}^{\mathrm{T}} \mathbf{R}_{\text{out},\breve{\mathbf{H}}} \right)^{\mathrm{T}} \tilde{\mathbf{H}} \right)^{-1},$$

где $\mathbf{R}_{\text{ош,}\breve{Д}} = M \left[\left(\Delta \mathbf{y}_{\breve{\Lambda}} - M \left[\Delta \mathbf{y}_{\breve{\Lambda}} \right] \right) \left(\Delta \mathbf{y}_{\breve{\Lambda}} - M \left[\Delta \mathbf{y}_{\breve{\Lambda}} \right] \right) \right] -$ корреляционная матрица погрешностей опре-

деления псевдодальностей (в дальнейшем будем полагать $M[\Delta \mathbf{x}] = M[\mathbf{y}_{\breve{\Pi}}] = 0$).

Диагональными членами корреляционных матриц $\mathbf{R}_{\text{ош,}\breve{A}}$ и $\mathbf{R}_{\text{ош,}x}$ являются дисперсии определения псевдо дальностей ($\sigma_{\breve{A}_i}^2$, $i = \overline{1, N}$) и пространственно-временных координат потребителя (σ_x^2 , σ_y^2 , σ_z^2 , $\sigma_{\breve{A}'}^2$).

При работе по сигналам НКА погрешности определения псевдодальностей до НКА некоррелированы и равновелики. Последнее обусловлено тем, что расстояния от любого НКА до НАП примерно одинаковы. В этом случае матрица $\mathbf{R}_{\text{ош,}\breve{Д}} = \sigma_{\text{дал}}^2 \mathbf{I}$, а (5) принимает вид

$$\mathbf{R}_{\text{OIII},\mathbf{X}} = \sigma_{\text{Дал}}^2 \left(\tilde{\mathbf{H}}^{\mathsf{T}} \tilde{\mathbf{H}} \right)^{-1},\tag{6}$$

где $\sigma_{\text{дал}}^2$ – дисперсия погрешностей определения псевдо дальностей; **I** – единичная матрица соответствующего размера. В (6) множитель $\left(\tilde{\mathbf{H}}^{\mathsf{T}}\tilde{\mathbf{H}}\right)^{-1}$ описывает влияние геометрии НКА (классический геометрический фак-

mop [3]) относительно НАП на точность измерения координат, а множитель $\sigma_{\text{дал}}^2$ определяет влияние погрешностей измерения псевдодальностей на точность определения координат потребителя.

Ошибки оценки координат в локальных функциональных дополнениях на базе ПС

При работе по сигналам ПС имеет место иная ситуация. Расстояния от различных ПС до НАП могут существенно различаться (от 2 до 50 раз и более). Это приводит к тому, что погрешности измерения псевдодальностей до различных ПС существенно различаются. В первом приближении дисперсия ошибки измерения псевдодальности по огибающей сигнала определяется соотношением [3]

$$D_{\bar{\mathcal{I}}} = \frac{\tau_c^2 c^2}{4q_{c/n_0}} \Delta f_{\rm CC3} \,,\, {\rm M}^2, \tag{7}$$

где τ_c – длительность символа кода дальномерной ПСП; c – скорость света; Δf_{CC3} – полоса пропускания следящей системы за задержкой сигнала; $q_c/_{n0} = P_s/N_0$ – отношение мощности сигнала P_s к спектральной плотности внутреннего шума приемника N_0 .

Мощность навигационного сигнала на входе НАП определяется соотношением [3]

$$P_{s} = \frac{P_{\text{nep}}G_{\text{nep}} e^{-2\gamma\kappa} G_{\text{HA}\Pi} F_{\Sigma} \lambda^{2}}{\left(4\pi R\right)^{2}},$$
(8)

где R – дальность между ПС и НАП; λ – длина волны сигнала; $P_{\text{пер}}$ – мощность на выходе передатчика ПС; $G_{\text{пер}}$ – коэффициент усиления передающей антенны; $G_{\text{НАП}}$ – коэффициент усиления антенны НАП; $F_{\text{ат}} = e^{-2\gamma R}$ – коэффициент потерь мощности в атмосфере; F_{Σ} – коэффициент потерь мощности, обусловленный влиянием Земли и/или объектом, на котором расположена НАП.

Из (8) следует, что мощность навигационного сигнала на входе НАП существенно зависит от дальности между ПС и НАП, что и определяет существенное изменение отношения сигнал/шум на входе НАП и точность измерения псевдодальности.

Из сказанного следует, что при анализе погрешностей измерения координат потребителя нельзя раздельно рассматривать геометрию расположения ПС относительно НАП и погрешностей измерения псевдодальностей, а необходимо анализировать общее соотношение (5), которое приведем еще раз:

$$\mathbf{R}_{\text{ош,x}} = \left(\tilde{\mathbf{H}}^{\mathrm{T}} \mathbf{R}_{\text{ош,}\breve{\mathbf{\mathcal{I}}}}^{-1} \tilde{\mathbf{H}}\right)^{-1},\tag{9}$$

где **R**_{ош,Д} – диагональная матрица, элементами которой являются дисперсии ошибок измерения псевдодальностей D_{π_i} (7) с учетом (8).

Для дальнейшего анализа представим (9) в нормированном виде. Для этого зададим зону обслуживания ЛФД в виде окружности радиуса R_0 и будем полагать, что ПС расположены по данной окружности. Введем отношение сигнал/шум, соответствующее центру окружности, т.е.

$$q_{c/n_{0},\text{uehrp}} = \frac{P_{\text{nep}}G_{\text{nep}} e^{-2\gamma R} G_{\text{HA}\Pi} F_{\Sigma} \lambda^{2}}{\left(4\pi R_{0}\right)^{2} N_{0}}.$$
(10)

Дисперсию ошибки измерения псевдодальности, соответствующую данному значению $q_{c/n0,ueнтp}$ обозначим как

$$D_{\text{out}\breve{A},\text{ijehtp}} = \frac{\tau_c^2 c^2}{4q_{c/n_0,\text{ijehtp}}} \Delta f_{\text{CC3}}, [\text{M}^2].$$
(11)

Теперь представим выражение (9) в виде

• •

$$\mathbf{R}_{\text{out},x} = D_{\text{out}\,\breve{\boldsymbol{\Lambda}},\text{uehrp}} \left(\tilde{\mathbf{H}}^{\mathrm{T}} \left(\mathbf{R}_{\text{out},\breve{\boldsymbol{\Lambda}}} / D_{\text{out}\,\breve{\boldsymbol{\Lambda}},\text{uehrp}} \right)^{-1} \tilde{\mathbf{H}} \right)^{-1}.$$
(12)

***Радиотехника**", 2015 г., № 12

Структура формулы (12) аналогична той, что приведена в (6). При этом вместо множителя $(\tilde{\mathbf{H}}^{\mathrm{T}}\tilde{\mathbf{H}})^{-1}$, характеризующего «геометрический фактор в обычном понимании», в (12) входит множитель

$$\mathbf{K} = \left[\tilde{\mathbf{H}}^{\mathrm{T}} \left(\mathbf{R}_{\mathrm{out}, \breve{\boldsymbol{\Pi}}} / D_{\breve{\boldsymbol{\Pi}}, \mathrm{uehrp}} \right)^{-1} \tilde{\mathbf{H}} \right]^{-1} = \left[\tilde{\mathbf{H}}^{\mathrm{T}} \left(\breve{\boldsymbol{\Pi}}_{\mathrm{\Pi C}} \right)^{-1} \tilde{\mathbf{H}} \right]^{-1},$$
(13)

где

$$\breve{\boldsymbol{\mathcal{I}}}_{\text{IIC}} = \begin{vmatrix} \mathcal{I}_{1}^{2} & 0 & 0 & 0 \\ \mathcal{I}_{2}^{2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathcal{I}_{2}^{2} & 0 & 0 \\ 0 & \mathcal{I}_{2}^{2} & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \mathcal{I}_{n}^{2} \\ \mathcal{I}_{\text{uehrp}}^{2} \\ \mathcal{I}_{\text{uehrp}}^{2}$$

 \mathcal{I}_i – расстояние от НАП до *i*-го ПС.

Множитель (13) **К** характеризует в ЛФД на базе ПС влияние на точность определения координат потребителя как пространственной геометрии (в форме угловой ориентации), так и наклонной дальности между ПС и НАП. При очень больших дальностях между НАП и ПС (например, если в качестве ПС

взять HC) получаем $\frac{\mathcal{I}_i^2}{\mathcal{I}_{uentp}^2} \approx 1$ для всех *i*, матрица $\breve{\mathbf{A}}_{\Pi C}$ становится единичной и **K** трансформируется

в геометрический фактор $(\tilde{\mathbf{H}}^{\mathsf{T}}\tilde{\mathbf{H}})^{-1}$. Учитывая это, в дальнейшем для краткости множитель **K** (13) будем называть *обобщенным геометрическим фактором*.

Для количественной характеристики влияния геометрического фактора в теории СРНС используют различные коэффициенты: пространственно-временной, пространственный, горизонтальный, вертикальный и временной, характеризующие влияние геометрического фактора на погрешности измерения пространственно-временных координат, пространственных координат, координат в горизонтальной плоскости, вертикальной и временной координаты. Будем использовать аналогичные коэффициенты при рассмотрении влияния обобщенного геометрического фактора.

Коэффициент обобщенной пространственно-временной геометрии определим как

$$K_{\text{of},\Gamma} = tr\left\{ \left[\tilde{\mathbf{H}}^{\mathrm{T}} \left(\breve{\boldsymbol{\mathcal{A}}}_{\Pi \mathrm{C}} \right)^{-1} \tilde{\mathbf{H}} \right]^{-1} \right\}^{1/2} = \left(k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 + k_t^2 \right)^{1/2},$$
(15)

коэффициент обобщенной пространственной геометрии как





 $K_{\rm ob, \pi}^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2, \qquad (16)$

коэффициент обобщенной горизонтальной геометрии как

$$K_{\rm ob,r}^2 = k_x^2 + k_y^2, \tag{17}$$

коэффициент обобщенной вертикальной геометрии как

$$K_{\rm ob,B} = k_z \,. \tag{18}$$

Рассмотрим прямоугольную зону обслуживания ЛФД на базе ПС размером 50×50 км в горизонтальной плоскости (рис. 1).

Проанализируем поведение обобщенного горизонтального коэффициента геометрии $K_{o6,r}$ при различном числе и расположении ПС. Известно, что минимальное число ПС, необходимое для решения

(14)

навигационной задачи, равно четырем. Поэтому положим сначала число ПС n = 4, а потребитель находится в плоскости на высоте 100 м с горизонтальными координатами (x, y), соответствующими одной из точек обслуживания рис. 1. На рис. 2 приведено 3D представление значений $K_{of,r}$ как функции точек с координатами (x, y) для одного из расположений ПС (обозначены кружочками). Черным цветом приведены значе-

ния $K_{\text{об,r}} > 3$, а белым цветом $K_{\text{об,r}} \le 3$ (см. вертикальные столбики). Левый график соответствует расчету для стандартного геометрического фактора $\left(\tilde{\mathbf{H}}^{\mathsf{T}}\tilde{\mathbf{H}}\right)^{-1}$, а правый график – для обобщенного геометрического фактора (13).

На рис. 3 приведена проекция зависимости рис. 2 на горизонтальную плоскость (2D представление). Из рис. З наглядно видно, что зона качественного навигационного обеспечения $(K_{\rm ob,r} \leq 3)$ при использовании обобщенного геометрического фактора существенно отличается от аналогичной зоны, полученной при использовании стандартного геометрического фактора. Из рис. 3 также следует, что использование четырех ПС не обеспечивает качественного навигационного обеспечения в пределах всей зоны обслуживания.

Если снизить требования к качеству навигационного обеспечения, то зоны такого обслуживания расширятся. Для примера на рис. 4 приведено 2D представление значений Кобл для качества навигационного обеспечения, соответствующего $K_{ob,r} \le 10$ (см. вертикальные столбики). Из сравнения левого и правого изображения на рис. 4 также следует вывод о том, что зона обслуживания при использовании обобщенного геометрического фактора существенно отличается от аналогичной зоны, полученной при использовании стандартного геометрического фактора. Из рис. 4 также следует, что даже для $K_{\text{об.r}} \leq 10$ не обеспечиваются заданный уровень навигационного обеспечения во всей зоне обслуживания ЛФД.

Рассмотрим теперь случай использования 12 ПС. На рис. 5 приведено 2D представление зон обслуживания при $K_{\text{об,r}} \leq 3$ для одного из возмож-



Рис. 2. 3D представление значений K_{об,г} для четырех ПС







Рис. 4. 2D представление зон обслуживания для четырех ПС и $K_{ob,r} \le 10$



Рис. 5. 2D представление зон обслуживания для 12 ПС и $K_{o6,r} \le 3$



Рис. 6. 3D представление значений $K_{ob,r}$ для 12 ПС и $K_{ob,r} \leq 3$

ных расположений ПС, а на рис. 6 та же ситуация, но в 3D представлении.

Из рис. 6 (правый график) следует, что для 12 ПС в заданной зоне обслуживания выполняется условие $K_{\text{of},r} \leq 6$.

Проанализируем коэффициент обобщенной вертикальной геометрии $K_{o6,B}$, определяющий погрешность оценивания вертикальной координаты. Положим, что работают 12 ПС. На рис. 7 приведено 3D представление $K_{o6,B}$ в зависимости от горизонтальных координат, изменяющихся в пределах соты, при высоте НАП 100 м.

Из рисунка следует, что обобщенной коэффициент вертикальной геометрии Коб.в принимает значения 100 и более для большинства областей зоны обслуживания. И это закономерно, т.к. нет существенного разноса ПС по вертикали. Улучшить ситуацию можно, если поднять, например, один ПС на высоту в несколько километров. На рис. 8 приведено 3D представление Коб, в зависимости от горизонтальных координат, изменяющихся в пределах соты, где один ПС расположен над центром соты на высоте 3 км. В данном случае Коб,в ≤ 10 в пределах практически всей соты. Наглядно это иллюстрируется 2D представлением $K_{06,B}$, приведенном на рис. 9.



Рис. 7. 3D представление значений $K_{\rm o6,B}$ для 12 ПС



Рис. 8. 3D представление значений $K_{\text{об,r}}$ для 12 ПС, где 1 ПС расположен над центром соты на высоте 3 км



Рис. 9. 2D представление значений $K_{\text{об,r}}$ для 12 ПС, где 1 ПС расположен над центром соты на высоте 3 км

"Радиотехника", 2015 г., № 12

Ошибки оценки координат в интегрированной системе НКА и ЛФД на базе ПС

Рассмотрим работу НАП совместно по сигналам НКА и ПС. С целью повышения помехоустойчивости при работе по сигналам ПС их мощность на входе НАП должна быть выше мощности навигационных сигналов ГЛОНАСС. Пусть P_{с.HC} – мощность сигналов HC на входе НАП, а мощность сигналов ПС на входе НАП $P_{c,\Pi C} = \eta P_{c,HC}$, где $\eta > 1$.

Аналогично, как это сделано выше, полагаем, что на этапе первичной обработки проведена оценка псевдодальностей до всех видимых ПС

$$y_{\tilde{R}_{\Pi Ci},k} = R_{\Pi Ci} \left(x_k, y_k, z_k \right) + \mathcal{I}' + n_{\tilde{R}_{\Pi Ci},k}$$
⁽¹⁹⁾

и всех видимых НС

$$y_{\check{R}_{\mathrm{HC}\,j},k} = R_{\mathrm{HC}\,j}\left(x_k, y_k, z_k\right) + \check{\mathcal{I}}' + n_{\check{R}_{\mathrm{HC}\,j},k},\tag{20}$$

где $R_{\Pi Ci}(x_k, y_k, z_k)$ – истинная дальность до *i*-го ПС; $R_{HCi}(x_k, y_k, z_k)$ – истинная дальность до *j*-го НС; $\mathcal{I}' = ct'$; t' – смещение часов опорного генератора приемника потребителя относительно шкалы времени системы; $\{x_k, y_k, z_k\}$ – координаты потребителя, например, в геоцентрической вращающейся системе координат.

Как и выше рассматриваем задачу оценки координат потребителя $\{x_k, y_k, z_k\}$ и смещения часов t'_k по вторичным наблюдениям (19), $i = \overline{1, N}$ и (20), $j = \overline{1, n}$. Полагаем, что погрешности $n_{\tilde{R}_{\text{HC}}, k}$, $n_{\tilde{R}_{\Pi C}, k}$ имеют

нулевые математические ожидания.

Введем вектор состояния $\mathbf{x} = |x, y, z, \mathcal{I}|^T$ и векторы вторичных наблюдений $\tilde{\mathbf{y}}_{\bar{R},k}$ и погрешностей $\mathbf{n}_{\bar{R},k}$:

$$\tilde{\mathbf{y}}_{\bar{R},k} = \left| y_{\bar{R}_{\Pi C1},k} \dots y_{\bar{R}_{\Pi CN},k} y_{\bar{R}_{HC1},k} \dots y_{\bar{R}_{HCn},k} \right|^{\mathrm{r}}, \ \mathbf{n}_{\bar{R},k} = \left| n_{\bar{R}_{\Pi C1},k} \dots n_{\bar{R}_{\Pi CN},k} n_{\bar{R}_{HC1},k} \dots n_{\bar{R}_{HCn},k} \right|^{\mathrm{r}}.$$

Повторяя формально те же выкладки, что и выше, приходим к итоговому соотношению (9), которое приведем еще раз

$$\mathbf{R}_{\text{oIII},X} = \left(\tilde{\tilde{\mathbf{H}}}^{\mathrm{T}} \mathbf{R}_{\text{oIII},\tilde{\mathbf{J}}}^{-1} \tilde{\tilde{\mathbf{H}}}\right)^{-1},\tag{21}$$

где **R**_{ош,Д} – диагональная матрица, элементами которой являются дисперсии ошибок измерения псевдодальностей $D_{\tilde{\mu}_i}$ (19), (20); $\tilde{\tilde{\mathbf{H}}}$ – расширенная матрица направляющих косинусов на ПС и НС.

Далее в (21) проводим нормировку на *q*_{c/n0,центр} (10), в результате чего запишем

$$\mathbf{R}_{\text{oIII},\text{X}} = D_{\text{oIII}\,\breve{\textbf{Д}},\text{I}\text{e}\text{H}\text{T}\text{P}} \left[\hat{\widetilde{\mathbf{H}}}^{\text{T}} \left(\mathbf{R}_{\text{oIII},\breve{\textbf{Д}}} / D_{\text{oIII}\,\breve{\textbf{J}},\text{I}\text{e}\text{H}\text{T}\text{P}} \right)^{-1} \tilde{\widetilde{\mathbf{H}}} \right]^{-1}.$$
(22)

Введем множитель

$$\tilde{\mathbf{K}} = \left[\tilde{\mathbf{H}}^{\mathrm{T}} \left(\mathbf{R}_{\mathrm{oIII}, \breve{\boldsymbol{\mu}}} / D_{\breve{\boldsymbol{\mu}}, \mathrm{uehrp}} \right)^{-1} \tilde{\mathbf{H}} \right]^{-1} = \left[\tilde{\mathbf{H}}^{\mathrm{T}} \left(\breve{\boldsymbol{\mu}}_{\mathrm{\Pi C} + \mathrm{HC}} \right)^{-1} \tilde{\mathbf{H}} \right]^{-1},$$
(23)

где

$$\breve{\boldsymbol{\mathcal{A}}}_{\Pi C+HC} = \begin{pmatrix}
\mathcal{A}_{\Pi C1}^{2} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\
\mathcal{A}_{\Pi eHTp}^{2} & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots \\
0 & \dots & \mathcal{A}_{\Pi CN}^{2} & 0 & \dots & 0 \\
0 & \dots & \mathcal{A}_{\Pi eHTp}^{2} & 0 & \dots & 0 \\
0 & \dots & 0 & \eta & \dots & 0 \\
\dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
0 & \dots & 0 & 0 & \dots & \eta
\end{pmatrix},$$
(24)

 $\mathcal{I}_{\Pi Ci}$ – расстояние от НАП до *i*-го ПС; η определяется из выражения $P_{c,\Pi C, \text{центр}} = \eta P_{c,\text{HC}}$.

Множитель (23) $\tilde{\mathbf{K}}$ характеризует в интегрированной системе НКА + ЛФД на базе псевдоспутников влияние на точность определения координат потребителя пространственной геометрии (в форме угловой ориентации), наклонной дальности между ПС и НАП и соотношения между мощностями сигналов ПС и НС. Учитывая это, в дальнейшем для краткости множитель $\tilde{\mathbf{K}}$ (23) будем называть «обобщенным интегрированным геометрическим фактором».

Так же, как и при рассмотрении влияния обобщенного интегрированного геометрического фактора, будем использовать коэффициент

$$K_{\text{of},\text{инт},\Gamma} = \text{tr}\left\{ \left[\tilde{\tilde{H}}^{\mathrm{T}} \left(\breve{\boldsymbol{\Pi}}_{\Pi \mathrm{C}+\mathrm{HC}} \right)^{-1} \tilde{\tilde{H}} \right]^{-1} \right\}^{1/2} = \left[\tilde{k}_{x}^{2} + \tilde{k}_{y}^{2} + \tilde{k}_{z}^{2} + \tilde{k}_{t}^{2} \right]^{1/2},$$
(25)

коэффициент обобщенной интегрированной пространственной геометрии

$$K_{\rm of, \mu HT, II}^2 = \tilde{k}_x^2 + \tilde{k}_y^2 + \tilde{k}_z^2,$$
(26)

коэффициент обобщенной интегрированной горизонтальной геометрии

$$K_{\rm of, \mu HT, r}^2 = \tilde{k}_x^2 + \hat{k}_y^2,$$
(27)

коэффициент обобщенной интегрированной вертикальной геометрии

$$K_{\rm of, HHT, B} = k_z . agenum{28}{}$$

При работе по ПС и НКА интерес представляет коэффициент обобщенной интегрированной пространственной геометрии $K_{o6,инт,n}$ (M-PDOP), поэтому в дальнейшем будем рассматривать именно этот коэффициент.

Проанализируем характеристики интегрированной НКА + ПС системы. Как и выше рассматриваем прямоугольную зону обслуживания ЛФД на базе псевдоспутников размером 50×50 км в горизонтальной плоскости (рис. 1). Рассмотрим положение НКА таким образом, чтобы PDOP при работе только по НКА составлял ~ 3. На рис. 10 приведено 3D представление значений PDOP для 12 НКА при расположении НАП в пределах соты по горизонтальным координатам и на высоте 100 м.

Положим теперь, что в дополнение к 12 НКА используются 12 ПС. При этом от одного НКА в центре соты обеспечивается мощность сигнала ПС, равная мощности сигнала НКА, т.е. $\eta = 1$. На рис. 11 приведено 3D (в плоскости) представление значений $K_{\text{об,инт,п}}$ (M-PDOP) для этого случая при том же размещении НАП. Из сравнения рис. 11 и 10 следует, что при совместном использовании ПС и НКА коэффициент пространственной геометрии уменьшился в 5 раз. Следовательно, и точность определения координат повысилась во столько же раз.

Положим теперь, что мощность сигналов ПС увеличилась в 10 раз, т.е. $\eta = 10$. На рис. 12 приведено 3D представление значений $K_{\text{об,инт,п}}$ (M-PDOP) для данного случая. Из рис. 12 следует, что $K_{\text{об,инт,п}} \approx 1,6$, т.е.



Рис. 10. 3D представление значений PDOP для 12 HC при расположении НАП в пределах соты по горизонтальным координатам и на высоте 100 м



Рис. 11. 3D представление значений $K_{\text{об,инт,п}}$ для 12 ПС и 12 НКА при $\eta = 1$ и расположении НАП в пределах соты по горизонтальным координатам и на высоте 100 м



Рис. 12. 3D представление значений $K_{\text{об,инт,п}}$ для 12 ПС и 12 НС при $\eta = 10$ и расположении НАП в пределах соты по горизонтальным координатам и на высоте 100 м

увеличился в 2,5 раза по сравнению с предыдущим случаем. В то же время, $K_{\text{об,инт, п}}$ все же в 2 раза меньше, чем в случае использования только НКА.

Отметим, что в приведенном примере увеличение $K_{\rm of, инт, n}$ обуславливается, в первую очередь, плохим значением коэффициента обобщенной интегрированной вертикальной геометрии. Для иллюстрации этого факта на рис. 13 приведено 3D представление значений $K_{\rm of, инт, r}$ (M-HDOP – коэффициента обобщенной интегрированной горизонтальной геометрии) для рассматриваемого случая, из которого следует, что $K_{\rm of, инт, r} \approx 0,5$.

Отметим еще одно обстоятельство. В рассмотренном примере мощность сигналов ПС в 100 раз больше мощности сигналов НС. При этом в (12) нормировка проводится на значение $D_{\text{ош }\breve{I},\text{центр}}$, которое также соответствует повышенному значению мощности сигналов ПС. Отсюда следует, что с учетом (11) СКО определения координат будет в 10 раз меньше. Следовательно, для обеспечения той же СКО определения координат в интегрированной системе $(HC + \Pi C)$, что и в системе только с HC, допустимо увеличение Коб,инт,п также в 10 раз, т.е. до уровня $K_{\text{об.инт. II}} = 33$. Такое значение коэффициента геометрии может быть достигнуто при $\eta = 6000$. Данное положение иллюстрируется на рис. 14, где приведено 3D представление значений Коблинт.п (M-PDOP) для рассматриваемого случая.



Рис. 13. 3D представление значений $K_{\text{об,инт,r}}$ для 12 ПС и 12 НС при $\eta = 100$ и расположении НАП в пределах соты по горизонтальным координатам и на высоте 100 м



Рис. 14. 3D представление значений $K_{\rm of, инт, n}$ для 12 ПС и 12 НС при $\eta = 6000$ и расположении НАП в пределах соты по горизонтальным координатам и на высоте 100 м

 Полученные выражения для анализа влияния обобщенного геометрического фактора на ошибки оценки координат потребителя при использовании локального функционального дополнения на базе псевдоспутников показали, что:

для обслуживания зоны 50×50 км с заданным качеством навигационного обеспечения по горизонтальным координатам (обобщенный коэффициент горизонтальной геометрии $K_{of,r} < 6$) необходимо использовать 10–12 ПС, размещенных равномерно по периметру зоны обслуживания;

необходимо ПС размещать на разных высотах для улучшения качеством навигационного обеспечения по вертикальной координате;

при разбросе высот ПС в предалеах 50-80 м не обеспечивается высокое качество навигационного обеспечения по вертикальной координате, а значение обобщенного коэффициента вертикальной геометрии геоеметрии $K_{\text{об,в}}$ принимает значения 100 и более для большинства областей соты;

для обеспечения качественного навигационного обеспечения по вертикальной координате необходимо один из ПС размещать на высоте 1–3 км.

Полученные выражения для анализа влияния обобщенного геометрического фактора на ошибки оценки координат потребителя при совместном использовании радиосигналов НКА и ЛФД на базе псевдоспутников показали, что:

при совместной работе по 12 ПС и 12 НКА и при примерно равной мощности сигналов ПС и НКА на входе НАП коэффициент пространственной геометрии уменьшается в 5 раз по сравнению со случаем работы только по 12 НС, следовательно, и точность определения координат повышается во столько же раз;

при увеличении мощности сигналов ПС на входе НАП относительно мощности сигналов НС на том же входе значение коэффициента пространственной геометрии возрастает, что обусловлено возрастанием коэффициента вертикальной геометрии; при увеличении указанной мощности в 10, 100 и 1000 раз значение коэффициента пространственной геометрии возрастает в 2,5 раза, в 7 раз и в 21 раз соответственно;

качество навигационного обеспечения совместной работы по ПС и НКА не зависит от высоты НАП (в пределах изменения 100–10000 м);

для обеспечения СКО оценки координат потребителя в интегрированной системе НКА + ПС не хуже, чем при работе только по сигналам НС, возможно использовать превышение мощности сигналов ПС над мощностью сигналов НС до 5000 раз.

Литература

- 1. Bartone C., van Graas F. Ranging Airport Pseudolight for Local Area Augmentation // IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems. V. 36. № 1. 2000.
- 2. Locata-ICD-100E (Locata Signal Interface Control Document). 2014.
- 3. ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования. Изд. 4-е. / Под ред. А.И. Перова, В.Н. Харисова. М.: Радиотехника. 2010. 800 с.

Поступила 30 мая 2015 г.

Generalized geometrical factor in radionavigation systems with pseudosatellites

© Authors, 2015 © Radiotekhnika, 2015

A.I. Perov – Dr. Sc. (Eng.), Professor, Head of Radio System Department, «National Research University «MPEI» (Moscow) E-mail: alexp@aha.ru

A.Yu. Ustinov – Post-graduate Student, Radio System Department, «National Research University «MPEI» (Moscow) E-mail: 4tik@mail.ru

Satellite radio navigation system (SRNS) are used in various areas of national economy, and the area of applications is constantly expanding. One of directions of development of SRNS is to use a local functional additions (LFD) based on pseudo satellites (PS), which are similar on navigation satellites (NS) located on ground. Using LFD, you can also conduct navigation measurement, including situation when radio signals from NS are not available or insufficient. One of the issues when deploying these systems is to improve the accuracy of navigation definitions using LFD, including situation of unavailability of radio signals from NS.

Expressions, which link correlation matrix of estimation errors coordinate and correlation matrix of pseudo range in radio navigation systems using pseudosatellites and navigation satellites together with pseudosatellites are given in that article. Concept of generalized geometrical factor in radio navigation systems with pseudosatellites are introduced. Results of analysis of generalized geometrical factor are given and recommendations on appropriate geometry placement of pseudosatellites and on their radiation power are formed.

References

- 1. Bartone C., van Graas F. Ranging Airport Pseudolight for Local Area Augmentation // IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems. V. 36. № 1. 2000.
- 2. Locata-ICD-100E (Locata Signal Interface Control Document). 2014.
- 3. GLONASS. Princzipy' postroeniya i funkczionirovaniya. Izd. 4-e. / Pod red. A.I. Perova, V.N. Xarisova. M.: Radiotexnika. 2010. 800 s.